ОКЕАНОЛОГИЯ

т. XXV 1985 вып. 1

УДК 550.834

С. Ю. СОКОЛОВ

О ВЛИЯНИИ СПЕКТРА ШУМА НА ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ПОМЕХА ПРИ КОРРЕЛЯЦИОННОМ ВЫДЕЛЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ В ОКЕАНЕ

Получена формула для оценки изменения отношения сигнал/помеха при корреляционном выделении сейсмических сигналов для произвольного спектра шума в полосе частот, соизмеримой с полосой сигнала. Рассчитан конкретный вид этой формулы для некоторых функций, аппроксимирующих спектр шума.

С внедрением в практику сейсмических исследований на акваториях невзрывных источников упругих волн и массовой обработки зарегистрированных колебаний на ЭВМ появилось много методов цифровой фильтрации полевого материала, учитывающих известную исходную форму излучаемых импульсов. Один из видов такой фильтрации — корреляционное выделение полезных сигналов, при котором временная характеристика фильтра равна излученному сигналу, взятому в обратном времени [2]. При этом можно заранее рассчитать, какое изменение отношения сигнал/помеха будет получено после обработки сейсмограмм. В данной статье приведена методика этого расчета с учетом различных спектров шума.

Рассмотрим модель сейсмической трассы $f(t)$, представляющую собой аддитивную смесь помехи $x(t)$ и сигнала $s(t)$, свернутого с импульсной реакцией среды $\delta(t)$, состоящей из серии единичных импульсов [2, 7, 9, 10]:

$$f(t)=s(t)*\delta(t)+x(t). \qquad (1)$$

Сигнал считается известным и имеет полосу частот $\Delta\omega_s$. Помеха, имеющая полосу частот $\Delta\omega_x$ (полоса приема аппаратуры), удовлетворяет следующим условиям [1]: 1) $Mx(t)=\text{const}$, 2) $M|x^2(t)|=\text{const}$, 3) $R_{xx}(t_2, t_1)=R_{xx}(t_2-t_1)=R_{xx}(\tau)$, где R_{xx} — функция автокорреляции помехи. К этим условиям следует добавить еще, что полоса частот помехи $\Delta\omega_x$ «вмещает» полосу сигнала $\Delta\omega_s$ (рис. 1).

После корреляционной обработки сейсмотрасса примет следующий вид:

$$F(t)=s(t)*s(-t)*\delta(t)+x(t)*s(-t). \qquad (2)$$

Полезная часть сейсмотрассы после фильтрации представляет собой свертку импульсной реакции среды с функцией автокорреляции сигнала R_{ss}. Отношение сигнал/помеха при этом определяется как частное от деления мощности полезной части сейсмотрассы на среднюю мощность шума [2, 4, 7, 9]. Средней мощностью шума является максимальное значение его функции автокорреляции. Для шума, пропущенного через линейную систему $s(t)$, функция автокорреляции имеет вид [1, 3, 7, 8]

$$R_{xs}(t_2-t_1)=\iint s(-t_1)\,s(t_2)\,R_{xx}(t_2-t_1)\,dt_1\,dt_2. \qquad (3)$$

Изменение отношения сигнал/помеха N при корреляционной обработке равно

$$N=\rho_k/\rho_0. \qquad (4)$$

где ρ_0 — исходное отношение сигнал/помеха; ρ_k — отношение сигнал/помеха после обработки.

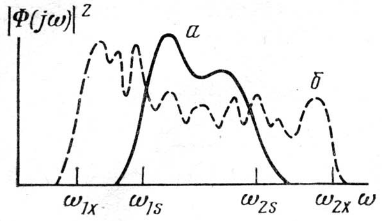

Рис. 1

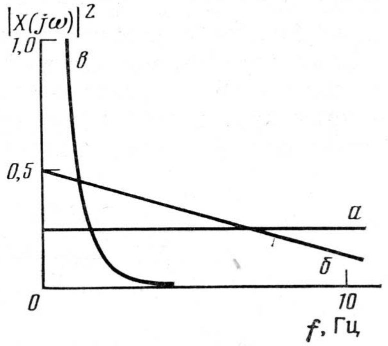

Рис. 2

Рис. 1. Соотношение спектров мощности известного сигнала (*а*) и произвольного шума (*б*)

ω_{1s}, ω_{2s} — нижняя и верхняя частоты полосы сигнала; ω_{1x}, ω_{2x} — нижняя и верхняя частоты полосы шума

Рис. 2. Некоторые функции, аппроксимирующие спектр мощности шума

В дальнейшем будем искать максимальное N для главного пика R_{ss}. В соответствии с вышесказанным получим

$$\rho_k = \frac{R_{ss}^2(\tau)}{R_{xs}(0)} = \frac{\left[\int s(t)\, s(t+\tau)\, dt\right]^2}{R_{xs}(0)}, \tag{5}$$

$$\rho_0 = \frac{s^2(t)_{\max}}{R_{xx}(0)}. \tag{6}$$

Используя неравенство Коши—Буняковского для ρ_k [4, 7] и теорему Парсеваля [3] для функций автокорреляции шума до и после фильтрации, получим

$$N = \frac{\left[\int\limits_0^T s^2(t)\, dt\right]^2}{s^2(t)_{\max}} \frac{\int\limits_0^\infty |x(j\omega)|^2\, d\omega}{\int\limits_0^\infty |x(j\omega)|^2 |s(j\omega)|^2\, d\omega}, \tag{7}$$

где T — длительность $s(t)$, или

$$N = \frac{\int\limits_0^T s^2(t)\, dt}{\pi} \frac{\int\limits_0^\infty |s(j\omega)|^2\, d\omega \int\limits_0^\infty |x(j\omega)|^2\, d\omega}{\int\limits_0^\infty |x(j\omega)|^2 |s(j\omega)|^2\, d\omega}, \tag{8}$$

где $s(t)$ — нормированная на максимум форма излучаемого сигнала. N по мощности для максимального пика R_{ss} равно произведению энергии сигнала на величину, обратную максимальному коэффициенту взаимокорреляции R_{ss} и R_{xx}. Ранее в данной ситуации полагалось [4, 7], что спектральная плотность шума — величина постоянная и его полоса частот много больше полосы сигнала. При этих условиях

$$N = \frac{\int\limits_0^T s^2(t)\, dt}{\pi} \Delta\omega_x. \tag{9}$$

В общем случае для сейсморазведки ни то, ни другое условие не являются справедливыми [2]. Для того чтобы рассчитать N для некоторой спектральной плотности шума, не равной константе, и для $\Delta\omega_x$, соизмеримой с $\Delta\omega_s$, выполним следующие операции.

Поскольку $\Delta\omega_x$ «вмещает» в себя $\Delta\omega_s$, будем считать, что интеграл в знаменателе (8) отличен от нуля только в области $\Delta\omega_s$ (см. рис. 1). Затем применим к нему и интегралу от спектральной плотности сигнала в числителе (8) теорему о среднем. N примет вид

$$N = \frac{\int_0^T s^2(t)\,dt}{\pi} \frac{\overline{|s(j\omega)|^2}\,\Delta\omega_s}{\overline{|s(j\omega)|^2}} \frac{\int_{\Delta\omega_x} |x(j\omega)|^2\,d\omega}{\int_{\Delta\omega_s} |x(j\omega)|^2\,d\omega}, \tag{10}$$

или

$$N = \frac{E_s \Delta\omega_s}{\pi} \frac{\int_{\Delta\omega_x} |x(j\omega)|^2\,d\omega}{\int_{\Delta\omega_s} |x(j\omega)|^2\,d\omega}, \tag{11}$$

где E_s — энергия сигнала.

Таким образом, N получилось равным произведению энергии сигнала на его полосу частот и на отношение энергии шума в полосе $\Delta\omega_x$ к энергии шума в полосе $\Delta\omega_s$. Изменение отношения сигнал/помеха за счет фильтрации той части энергии шума, которая не перекрывается по частоте с сигналом (см. рис. 1), ранее не учитывалось (за исключением случая, когда спектр шума равен константе). Полученное выражение (11) позволяет при известном сигнале и при известной функции, аппроксимирующей спектральную плотность шума в районе работ, рассчитать ожидаемое максимальное увеличение отношения сигнал/помеха по мощности при корреляционном выделении сигналов.

Рассчитаем вид N для некоторых функций, аппроксимирующих спектр шума.

1. $|x(j\omega)|^2 = \text{const}$ (рис. 2, *а*); тогда N примет вид (9):

$$N = \frac{E_s \Delta\omega_s}{\pi} \frac{\Delta\omega_x}{\Delta\omega_s}$$

и при совпадении полос шума и сигнала совсем упростится:

$$N = E_s 2\Delta F_s. \tag{12}$$

2. $|x(j\omega)|^2 = c_1\omega + c_2$ (рис. 2, *б*); в этом случае энергия шума в полосе $\Delta\omega$ равна

$$E_x = \int_{\omega_1}^{\omega_2} (c_1\omega + c_2)\,d\omega = \left(\frac{c_1\omega^2}{2} + c_2\omega\right)\Big|_{\omega_1}^{\omega_2} = \left[c_2(\omega_2 - \omega_1) + \frac{c_1(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{2}\right]. \tag{13}$$

Вспомним, что $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$, а $\omega_0 = (\omega_2 + \omega_1)/2$, и напишем

$$E_x = \Delta\omega\,[c_2 + c_1\omega_0] = \Delta\omega\,|x(j\omega)|^2_{\omega_0}. \tag{14}$$

Отношение N примет вид

$$N = \frac{E_s \Delta\omega_s}{\pi} \frac{|x(j\omega)|^2_{\omega_{0x}}\,\Delta\omega_x}{|x(j\omega)|^2_{\omega_{0s}}\,\Delta\omega_s}. \tag{15}$$

3. Рассмотрим функцию, аппроксимирующую спектр донных микросейсм в океане. В работе [5] приводятся обобщенные спектры донных шумов, из которых следует, что в диапазоне частот от 1 до 20 Гц шум хорошо аппроксимируется функцией $(\omega/2\pi)^{-3/2}$. В работе [6] представлены данные, позволяющие судить о правильности выбора показателя степени в данной функции.

В таком случае, если $|x(j\omega)|^2 = (\omega/2\pi)^{-3}$ (рис. 2, *в*), получим, что энергия шума в полосе $\Delta\omega$ равна:

$$E_x = 8\pi^3 \int_{\omega_1}^{\omega_2} \frac{d\omega}{\omega^3} = 4\pi^3 (\omega_1^{-2} - \omega_2^{-2}) = 4\pi^3 \frac{(\omega_1 + \omega_2)(\omega_2 - \omega_1)}{\omega_1^2 \omega_2^2} = \frac{8\pi^3 \omega_0 \Delta\omega}{\omega_1^2 \omega_2^2}. \quad (16)$$

Для донных сейсмических шумов

$$N = \frac{E_s \Delta\omega_s}{\pi} \frac{\omega_{1s}^2 \omega_{2s}^2 \Delta\omega_x \omega_{0x}}{\omega_{1x}^2 \omega_{2x}^2 \Delta\omega_s \omega_{0s}}. \quad (17)$$

Для иллюстрации приведенных выше расчетов рассмотрим следующий пример. Пусть регистрация сейсмических сигналов на дне океана ведется в полосе частот от 4 до 20 Гц. Полоса излучаемого сигнала — от 6 до 12 Гц. Эффективная длительность сигнала 1 с. Энергия сигнала приблизительно пропорциональна половине длительности — 0,5 с. Тогда произведение энергии сигнала на его полосу в выражении (17) равно 6. Это означает, что если не учитывать отношение энергии шума в полосе $\Delta\omega_x$ к энергии шума в полосе $\Delta\omega_s$, то изменение отношения сигнал/помеха при корреляционном выделении данного сигнала по амплитуде равно $\sqrt{N} \approx 2{,}5$. С учетом энергетических характеристик шума получим $N \approx 18$, или $\sqrt{N} \approx 4{,}3$. Из данного примера следует, что недоучет неравномерного распределения энергии шума в полосе приема сейсмических колебаний может привести к занижению оценки изменения отношения сигнал/помеха при корреляционном выделении сигналов, а также показывает минимально возможное значение N.

Выводы. 1. Изменение отношения сигнал/помеха при корреляционном выделении сейсмических сигналов для произвольного спектра шума в полосе $\Delta\omega_x$, «вмещающей» полосу сигнала $\Delta\omega_s$, равно произведению энергии сигнала на его полосу частот и на отношение энергии шума в собственной полосе частот $\Delta\omega_x$ к энергии шума в полосе сигнала $\Delta\omega_s$.

2. В случае, когда спектр шума можно аппроксимировать константой, отношение энергий переходит в отношение полос.

3. Для монотонных кривых, аппроксимирующих спектр шума, чем больше спад (подъем) кривой, тем больше становится отношение энергии шума в полосе $\Delta\omega_x$ к энергии в полосе $\Delta\omega_s$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гихман И. И., Скороход А. В.* Теория случайных процессов. Т. 1. М.: Наука, 1971.
2. *Гурвич И. И., Боганик Г. Н.* Сейсмическая разведка. М.: Недра, 1980.
3. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. М.: Наука, 1977.
4. *Кук Ч., Бернфельд М.* Радиолокационные сигналы. М.: Сов. радио, 1971.
5. *Островский А. А.* Обобщенные спектры донного сейсмического шума Мирового океана.— Океанология, 1982, т. 22, вып. 6, с. 980—983.
6. *Рыкунов Л. Н.* Микросейсмы — экспериментальные характеристики естественных микровибраций грунта в диапазоне периодов 0,07—8 с. М.: Наука, 1967.
7. *Харкевич А. А.* Борьба с помехами. М.: Изд-во ФМЛ, 1963.
8. *Харкевич А. А.* О приеме слабых сигналов. Избр. тр., Т. 3. М.: Наука, 1973, с. 202.
9. *Treitel S., Robinson A.* Optimum digital filters for signal to noise ratio enhancement.— Geophys. Pros., 1969, v. XVII, N 3, p. 248—293.
10. *Treitel S., Lines L. R.* Linear inverse theory and deconvolution.— Geophysics, 1982, v. 47, N 8, p. 1153—1159.

Институт океанологии им. П. П. Ширшова
АН СССР, Москва

Поступила в редакцию
4.XII.1983

S. Y. SOKOLOV

THE INFLUENCE OF NOISE SPECTRUM ON THE SIGNAL TO NOISE RATIO IN THE CROSSCORRELATION FILTERING OF SEISMIC SIGNALS THE OCEAN

The formula for estimation of signal to noise ratio alteration in crosscorrelation filtering of seismic signals for arbitrary noise spectrum in frequency band, that commensurable with signal frequency band, is derived. The concrete forms of this formula for some functions, approximating noise spectrum, are computed.